

# Homework Queue [积分版P1V2.0]

Tú Kñów 力¿

## 不定积分的定义

是导数的反向操作

1. Calculate the following integral

$$\int V dt$$

$$\int -\frac{1}{x^2} dx$$

$$\int x^2 dx$$

$$\int \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx$$

$$\int \frac{dx}{x}$$

$$\iiint e^x dx^3$$

$$\iint -\frac{1}{x^2} dx^2$$

# 不定积分的性质

+ - k

1. Calculate the following integral

$$\int x^2 + 2x - 1 dx$$

$$\int \left( V - \frac{1}{x^2} + x^2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{x} + \iint e^x dx^2 + \int -\frac{1}{x^2} dx^2 \right) dx$$

$$\int [8964(114x + 514x^{1919}) + 810 \cos(x) - 20[21x + 07x^2 - (0 - 5x^{-1})]] dx$$

## 第一类换元积分法

也叫凑微分法

重点是找到可以化的复合函数

《凑，然后化简》

1. Calculate the following integral

$$\int \cos(114x) dx$$

$$\int (x - 1)^2 dx$$

$$\int \frac{11x^4}{(x^5 + 1)^4} dx$$

$$\int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$$

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$\int e^{e^x+x} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$$

$$\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$$

$$\int \tan^3 x dx$$

$$\int \sqrt{\csc a(t-g)} dt$$

## 第二类换元积分法

有四种常用代换方法: 根式代换、倒数代换、三角代换、万能公式法  
《猜, 然后代入》

### 根式代换

$$u = \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}$$

1. Calculate the following integral

$$\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x-x^2}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx$$

## 倒数代换

适用于分母次数高于分子次数的有理分式情况，以及被积函数中含有内层函数为倒数的复合函数情况

$$u = \frac{x}{1}$$

1. Calculate the following integral

$$\int \frac{dx}{x(x^3+7)}$$

$$\int \frac{dx}{x^4(x^2+1)}$$

$$\int \frac{x+1}{x^2\sqrt{x^2-1}}$$

$$\int \left(\frac{1-x^2}{x^2}\right)^2 dx$$

## 三角代换

特征比较明显，目的是消去根号  
是最常用的第二类换元

1. Calculate the following integral

$$\int \frac{1}{x^2\sqrt{1+x^2}} dx$$

$$\int \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1+e^{2x}}} dx$$

$$\int \frac{1}{x + \sqrt{64-x^2}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x^2-25}}{x} dx$$

## 万能代换

含有各种三角函数和多项式函数的分式组合

把一切三角函数化成有理分式

$u = \tan x$  或  $u = \tan \frac{x}{2}$

例题暂略

## 发神金时间

イkuřsû クêstíonス çan tú ケř ríghtç

1. カřurêken スivántō イñtegrále

$$\int \frac{1}{1+x^{-1}} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^0} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^1} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^3} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^4} dx$$

$$\int \frac{1}{1+x^5} dx$$

## 预告

- 连续性问题
- 单调性和凹凸性
- 曲率
- 不定积分
  - 分部，有理函数
- 定积分
  - 性质，牛莱，反常，应用
- 可分离的微分方程
- 级数
- 极坐标